ご参考資料

BASE Vol.60

実践的基礎知識　役に立つ平均編（2）
＜算術平均と幾何平均＞

2017/11/24

算術平均と幾何平均

算術平均と幾何平均は、それぞれに特徴があってどちらが優れているということではなく、大切なことは両者の特徴を知り、意味するところを知ることです。算術平均とは一般的によく使われている平均で、対象となる全データを合計してデータの個数で割ることで求められます。また、幾何平均とは累積結果に至るまで平均してどのくらいのペースで変化していったのかを表すもので、平均収益率や平均成長率などを考える上で役に立ちます。

幾何平均

前回のレポートで、「幾何平均（相乗平均）」は平均収益率や平均成長率、平均変化率を考える上で役に立つと紹介させていただきましたが、一般的な算術平均（相加平均）とどう違うのでしょうか。
たとえば、図表1のような値動きをした資産A、B、Cがあったとします。各資産の各年の収益率を計算すると図表2のようになります（それぞれ図表1、2参照）。
資産Aの収益率の算術平均は
(15.0%+5.2%−9.9%−5.5%+10.7%)÷5=3.1%
と3.1%になります。もし、この算術平均の3.1%で5年間複利運用をすると
$100\times(1+0.03)^5=116$　となり、100は116まで増えることになります。この116は2015年末の114という値と一致しません（図表2参照）。
一方、資産Aの収益率の幾何平均は
$\sqrt[5]{\{(1+15\%)\times(1+5.2\%)\times(1-9.9\%)\times(1-5.5\%)\times(1+10.7\%)\}}-1=2.6\%$
と2.6%になります。この幾何平均の2.6%で5年間複利運用をすると
$100\times(1+0.026)^5=114$　となり、2015年末の114と一致します。

実は、これはごく当たり前のことで、算術平均というのは相加平均という言葉が示すように、各数字を加算、つまり足して計算するため、算術平均を5回足し合わせれば各収益率の合計に一致しますが、複利計算をしても累積結果にはなりません。幾何平均は相乗平均という言葉が示すように各数字を乗算、つまり掛けて計算するため、足しても各収益率の合計にはなりませんが、複利計算すれば累積結果と一致します。
このように、各年の平均収益率や平均成長率、平均変化率のような、「それまでの結果から何%変化したか」を集計したものを使って、累積結果に至るまでに平均してどのくらいのペースで変化していったのかを考えるうえで、幾何平均は役立ちます。

資産Aは算術平均も幾何平均も大差ないが、資産Bは大きな差が出る。資産Cでは算術平均はプラスでも幾何平均はマイナス。

図表1：各資産の値動き

	値動き		
	資産A	資産B	資産C
2010年末	100	100	100
2011年末	115	70	70
2012年末	121	105	81
2013年末	109	63	64
2014年末	103	101	81
2015年末	114	111	93

図表2：各資産の収益率

	収益率		
	資産A	資産B	資産C
2011年	15.0%	-30.0%	-30.0%
2012年	5.2%	50.0%	15.7%
2013年	-9.9%	-40.0%	-21.0%
2014年	-5.5%	60.3%	26.6%
2015年	10.7%	9.9%	14.8%
合計	15.5%	50.2%	6.1%
算術平均	3.1%	10.0%	1.2%
幾何平均	2.6%	2.1%	-1.5%

算術平均で5年複利	116	161	106
幾何平均で5年複利	114	111	93

算術平均で複利計算しても累積結果にはならない。

※数値は四捨五入して表示しているため、表示されている数値での計算結果と不一致となる場合があります。

ご参考資料

実践的基礎知識　役に立つ平均編(2)
＜算術平均と幾何平均＞

変化率の平均を考えるうえでの算術平均と幾何平均

「それまでの結果から何%変化したか」を示す変化率を使って、累積結果に至るまでに平均してどのくらいのペースで変化していったのかを考える上で、幾何平均は役立つとご説明しました。ではそうした場面で、一般的に使われる平均の算術平均は役に立たないのでしょうか。

右のグラフのような値動きをした資産があったとします(図表3参照)。各年末の価格と各年の収益率はグラフ下の表にまとめた通りです。
この期間中の収益率の算術平均と幾何平均は、それぞれ

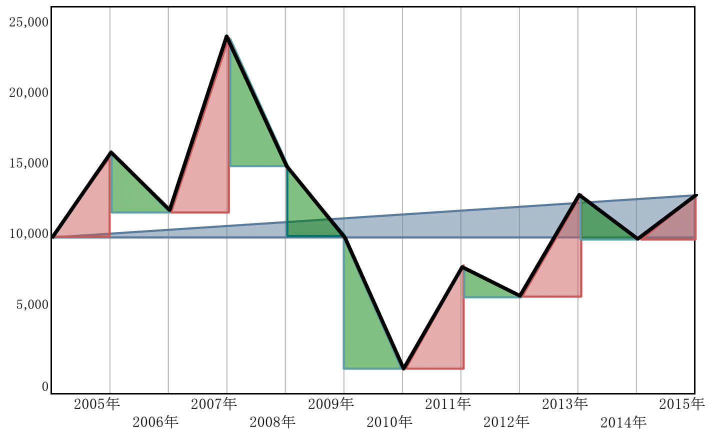
算術平均:
(60.0%-25.0%+100.0%-37.5%-33.3%-90.0%+700.0%-25.0%+116.7%-23.1%+30.0%)÷11=70.3%
幾何平均:
$\sqrt[11]{\{(1+60.0\%)\times(1-25.0\%)\times(1+100.0\%)\times(1-37.5\%)\times(1-33.3\%)\times(1-90.0\%)\times(1+700.0\%)\times(1-25.0\%)\times(1+116.7\%)\times(1-23.1\%)\times(1-30.0\%)\}}-1=2.4\%$
と計算され、算術平均は70.3%、幾何平均は2.4%です。

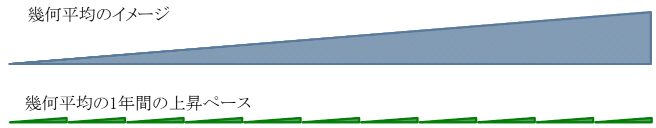
幾何平均が示すのは、累積結果に至るまで平均してどのくらいのペースで変化していったのか、ということで、この資産の値動きであれば、スタートの2004年末の10,000からゴールの2015年末の13,000まで毎年、前の年までの累積結果から2.4%ずつ増えるペースで増えたことを示します。これは、青い大きな三角で示した部分をならしたようなもので、最終的な累積結果が重要で、最後の部分の影響が大きく出ます。例えば、ゴールの2015年末が9,900になれば、それまでの経過は同じでも、青の三角が上下反転し、幾何平均はマイナスとなります。

一方で、各年のリターンは赤(プラスのリターン)と緑(マイナスのリターン)の三角で示したものです。各年のリターンが前年末の数値に対してどのくらい大きいかを表したのが各年の収益率ということになります。算術平均はこの各年の収益率をならした数値ということで、大きな数字の影響を強く受けるという性格を持ちます。この場合2011年の700%という数値が算術平均を大きくしています。この70.3%というペースで、今後も毎年増えていくということは考えにくい数字ですが、幾何平均のように最後の部分だけが変わることで数値が大きく変化することはあまりありません。

このように算術平均と幾何平均はそれぞれに特徴があってどちらが優れているということはなく、大切なことは両者の特徴を知り、意味するところを知ることです。

図表3:値動きと収益率





年末の価格と各年の収益率

	2004年末	2005年末	2006年末	2007年末	2008年末	2009年末
価格	10,000	16,000	12,000	24,000	15,000	10,000
		2005年	2006年	2007年	2008年	2009年
収益率		60.0%	-25.0%	100.0%	-37.5%	-33.3%

	2010年末	2011年末	2012年末	2013年末	2014年末	2015年末
価格	1,000	8,000	6,000	13,000	10,000	13,000
	2010年	2011年	2012年	2013年	2014年	2015年
収益率	-90.0%	700.0%	-25.0%	116.7%	-23.1%	30.0%

算術平均(相加平均)	幾何平均(相乗平均)
70.3%	2.4%

幾何平均は最後の部分の変化の影響が大きく、算術平均は大きな数字の影響が大きい。